Oliver Schnürer, Friederike Dittberner Universität Konstanz Sommersemester 2018

Übungen zur Vorlesung Graphischer Mittlerer Kümmungsfluss

Blatt 5

Aufgabe 15. (4 Punkte)
Sei $r > 1$ und $\Omega = B_r(0) \setminus B_1(0) \subset \mathbb{R}^2$. Sei $u : \Omega \times [0,\infty) \to \mathbb{R}$ eine Lösung von

$$\begin{cases} \dot{u} = \sqrt{1+|Du|^2}\,\operatorname{div}\left(\dfrac{Du}{\sqrt{1+|Du|^2}}\right) & \text{in } \Omega \times (0,\infty)\,, \\ u(\cdot,0) = u_0 & \text{in } \overline{\Omega}\,, \\ u = 0 & \text{auf } \partial B_1(0) \times [0,\infty)\,, \\ u = \operatorname{arccosh}(r) & \text{auf } \partial B_r(0) \times [0,\infty)\,. \end{cases}$$

Sei $\varepsilon \in (0,1)$ und

$$v_\varepsilon(x) = \operatorname{arccosh}\left(\frac{x}{1-\varepsilon}\right)(1-\varepsilon) - \operatorname{arccosh}\left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right)(1-\varepsilon)\,.$$

Nehme an, dass $\|u(\cdot,t)\|_{C^k} \le C_k$ für alle $t \ge 1$ gilt. Zeige, dass dann

$$\lim_{t\to\infty} u(x,t) \ge v_\varepsilon(x)$$

für alle $\varepsilon \in (0,1)$ folgt.

Bemerkung: Dies liefert einen Widerspruch und wir erhalten, dass es keine obere Schranke an den Gradienten für $t \to \infty$ geben kann.

Aufgabe 16. (12 Punkte)
Wann konvergiert die parabolische Lösung gegen die elliptische?

Lies Unterkapitel 1–3 von Part I des Artikels “Asymptotic behaviour of solutions of parabolic equations of any order” von Avner Friedman, Acta Mathematica, Volume 106, Number 1–2, 1961, pp. 1–43.

Bereite die Beweise von Theorem 1 und 2 (für glatte h und g) so vor, dass du sie im Tutorium vorrechnen kannst.

Abgabe: Bis Donnerstag, 28.06.2018, 10.00 Uhr, in die Mappe vor Büro F 402.