Oliver Schnürer, Universität Konstanz Sommersemester 2018
Friederike Dittberner

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie II

Blatt 8

Aufgabe 27. (4 Punkte)
Gib zwei nicht homöomorphe $\mathbb{R}$-Bündel über $\mathbb{S}^1$ an.

Aufgabe 28. (4 Punkte)

(i) Seien M, N, S differenzierbare Mannigfaltigkeiten und $f : M \to N$, sowie $g : N \to S$ differenzierbare Abbildungen.
Zeige, dass
$$g_* \circ f_* = (g \circ f)_*$$
gilt.

(ii) Sei M eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit von N.
Zeige, dass TM eine Untermannigfaltigkeit von TN ist.

Aufgabe 29. (4 Punkte)
Seien M, N differenzierbare Mannigfaltigkeiten und sei $f : M \to N$ ein Diffeomorphismus.

Zeige, dass $f_* : TM \to TN$ ein Diffeomorphismus ist.

Aufgabe 30. (4 Punkte)
Seien (M, g) und $(N, \tilde{g})$ glatte Riemannsche Mannigfaltigkeiten und sei $\varphi : M \to N$ ein Diffeomorphismus, mit der Eigenschaft, dass für alle glatten Kurven $\gamma : [0, 1] \to M$
$$L_g(\gamma) = L_{\tilde{g}}(\varphi \circ \gamma)$$
gilt, wobei
$$L_g(\gamma) := \int_0^1 \sqrt{g(\dot{\gamma}(s), \dot{\gamma}(s))}\,\mathrm{ds}$$
ist. Ein Diffeomorphismus mit dieser Eigenschaft wird als Isometrie zwischen M und N bezeichnet.

Zeige, dass
$$\varphi^* \tilde{g} = g$$
gilt.

Abgabe: Bis Donnerstag, 14.06.2018, 10.00 Uhr, in die Mappe vor Büro F 402.