

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie II

Blatt 10

Aufgabe 35. (4 Punkte)

Beweise das Rangtheorem, Theorem 18.16:

Sei $f : M^m \rightarrow N^n$ eine Abbildung die in jedem Punkt den Rang k hat. Dann gibt es für jeden Punkt $p \in M$ Karten (U, φ) und (V, ψ) von M bzw. N mit $p \in U$, $f(p) \in V$ und $f(U) \rightarrow V$, so dass

$$\psi \circ f \circ \varphi^{-1}(x^1, \dots, x^m) = (x^1, \dots, x^k, 0, \dots, 0).$$

Hinweis: Benutze die Diffeomorphismen

$$\varphi(x^1, \dots, x^m) = (f^1(x^1, \dots, x^m), \dots, f^k(x^1, \dots, x^m), x^{k+1}, \dots, x^m)$$

und

$$\psi^{-1}(y^1, \dots, y^k, y^{k+1}, \dots, y^m) = (y^1, \dots, y^k, y^{k+1} + \bar{f}^{k+1}(y^1, \dots, y^k), \dots, y^n + \bar{f}^n(y^1, \dots, y^k))$$

für geeignetes \bar{f} .

Aufgabe 36. (4 Punkte)

Zeige, dass das Tangentialbündel TS^3 ein triviales Vektorbündel ist.

Aufgabe 37. (4 Punkte)

Sei $M \subset \mathbb{R}^n$ eine m -dimensionale Untermannigfaltigkeit.

- (i) Definiere Untervektorbündel.
- (ii) Zeige, dass TM ein Untervektorbündel des trivialen Bündels $M \times \mathbb{R}^n$ ist.
- (iii) Sei

$$NM := \bigcup_{x \in M} \{x\} \times (T_x M)^\perp$$

die disjunkte Vereinigung der Normalenräume von M .

Finde eine Unterbündelstruktur für NM bezüglich $M \times \mathbb{R}^n$.

Aufgabe 38. (4 Punkte)

Sei $\Sigma_k \subset B_R(0) \subset \mathbb{R}^2$ eine Folge von eingebetteten, geschlossenen Kurven mit gleichmäßig beschränkter Krümmung, d. h. es existiert ein $C > 0$ sodass $|\kappa_k(p)| \leq C$ für alle $p \in \mathbb{S}^1$ und alle $k \in \mathbb{N}$.

Zeige, dass jede Limeskurve Σ_∞ eingebettet ist.

Abgabe: Bis Donnerstag, 28.06.2018, 10.00 Uhr, in die Mappe vor Büro F 402.